goe08 DIFFERENTIËREN

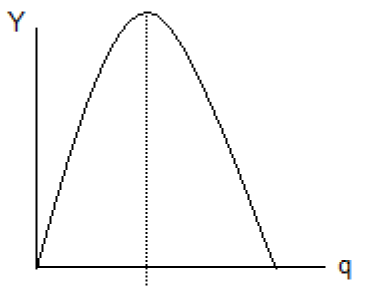
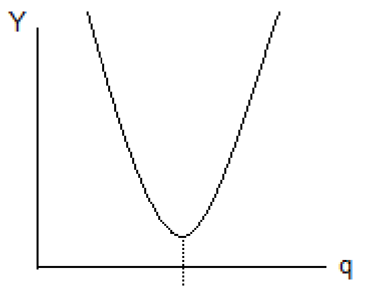
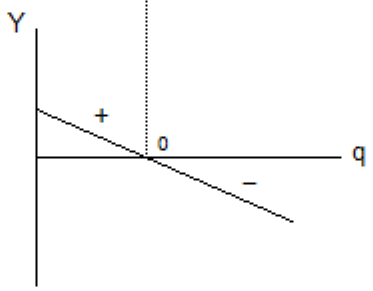
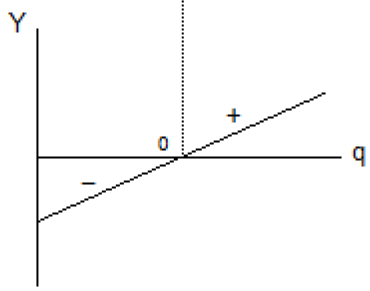
Hoe gaat differentiëren nu precies in zijn werk?
We gaan uit van de functie $y = ax^n$, waarbij a en n getallen voorstellen.
De eerste afgeleide vinden we door y naar x te differentiëren.
We dienen daartoe het getal a met n te vermenigvuldigen en het getal n met 1 te verminderen.
In symbolen: $y = ax^n \rightarrow y' = nax^{n-1}$
Hierbij moet je beseffen dat $x^0 = 1$ en dat de afgeleide van een constant getal gelijk is aan nul.
Voorbeeld: $y = 5x^2 + 2x + 1 \rightarrow y' = 10x + 2$

EERSTE AFGELEIDE

Met behulp van de eerste afgeleide kunnen we berekenen bij welke waarde van q een niet lineaire (TO-)functie zijn extreme waarde bereikt.
De extreme waarde wordt bereikt als de eerste afgeleide gelijk is aan nul.
Stel $TO = -\frac{3}{4}q^2 + 6q \rightarrow TO' = MO = -\frac{6}{4}q + 6 \rightarrow -\frac{6}{4}q + 6 = 0 \rightarrow q = 4$
Dus TO is maximaal als q = 4.

TWEEDE AFGELEIDE

Met behulp van de tweede afgeleide van een functie kunnen we vaststellen of de functie een minimum of een maximum als extreme waarde heeft.
Als de tweede afgeleide van een functie negatief is dan heeft de desbetreffende functie een maximum als extreme waarde, als de tweede afgeleide positief is een minimum.
$TO' = MO = -\frac{6}{4}q + 6 \rightarrow TO'' = -\frac{6}{4}$
Dus TO heeft een maximum als extreme waarde (een bergparabool).

parabool als voorbeeld	**bergparabool** $y = aq^2 + bq + c$ $(a < 0)$ 	**dalparabool** $y = aq^2 + bq + c$ $(a > 0)$ 
1e afgeleide		
2e afgeleide	negatief	positief

EEN GETALLENVOORBEELD: EEN BERGPARABOOL EN EEN DALPARABOOL

1 De extreme waarde van een parabool (maximum/minimum) is te vinden door de eerste afgeleide gelijk te stellen aan nul.

2 De eventuele snijpunten van een parabool met de q-as noemen we de nulpunten.
Deze zijn te vinden door y gelijk te stellen aan nul.

$aq^2 + bq + c$ is te herleiden tot $q = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$

Er zijn drie mogelijkheden:
$D < 0 \rightarrow$ er zijn geen snijpunten
$D = 0 \rightarrow$ er is een raakpunt
$D > 0 \rightarrow$ er zijn twee snijpunten

D is de discriminant $(b^2 - 4ac)$ uit de abc-formule.

3 Het snijpunt van een parabool met de y-as is te vinden door q gelijk te stellen aan nul.

BERGPARABOOL	**DALPARABOOL**
$TO = -2q^2 + 12q$ $TO' = -4q + 12$ TO'' is negatief (maximum)	$GTK = \frac{1}{2}q^2 - 3q + 6$ $GTK' = q - 3$ GTK'' is positief (minimum)
bepalen extreme waarde: $-4q + 12 = 0 \rightarrow q = 3$ $TO = -2 \times 3^2 + 12 \times 3 = 18$ bepalen nulpunten: $D > 0 \rightarrow$ twee snijpunten $-2q^2 + 12q = 0$ $q^2 - 6q = 0$ $q(q - 6) = 0$ $q = 0$ en $q = 6$ bepalen snijpunt y-as: $q = 0 \rightarrow TO = 0$	bepalen extreme waarde: $q - 3 = 0 \rightarrow q = 3$ $GTK = \frac{1}{2} \times 3^2 - 3 \times 3 + 6 = 1{,}5$ bepalen nulpunten: $D < 0 \rightarrow$ geen snijpunten bepalen snijpunt y-as: $q = 0 \rightarrow GTK = 6$